ENSGSI 1 AI GME3 2010/2011

Contrôle des connaissances SUJET A

DUREE : 1 heure

SANS DOCUMENTS

DONNEES:

$\rho_{\text{mercure}} = 13540$ kgxm^{-3} $\rho_{\text{eau}} = 1000$ kgxm^{-3}

$C_d = 1{,}15$ $g = 10$ mxs^{-2}

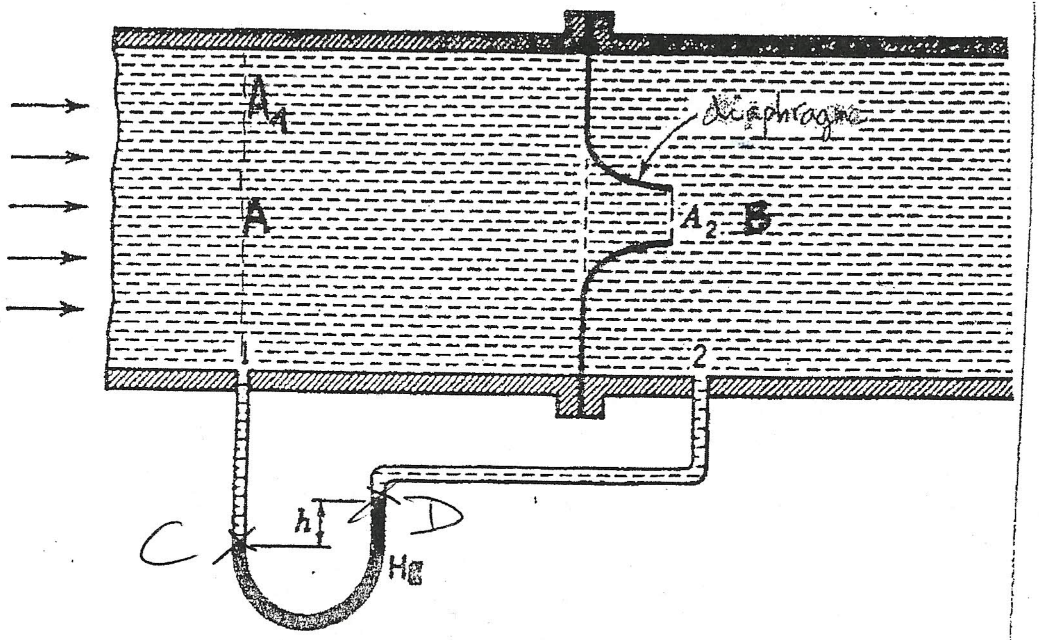
$D_1 = 20$ cm $D_2 = 5$ cm $h = 10$ cm

QUESTION 1 (15 pts): **mesure du débit volumique à l'aide d'un diaphragme**

a) Un diaphragme peut être un dispositif tel que celui représenté sur la figure ci-dessous.
Si la section A_2 est la section de passage du fluide à la sortie du diaphragme, démontrer que pour un fluide incompressible, on peut obtenir le débit volumique Q_V en utilisant la relation suivante :

$$Q_V = C_d \left[\frac{A_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}} \sqrt{2gh\left(\frac{\rho_{Hg}}{\rho_{Liq}} - 1\right)} \right]$$

C_d est un coefficient de perte de charge prenant en compte les effets de frottements et est déterminé expérimentalement ; on a : $Q_V = C_d\, A\, u$.



b) Calculer Q_V pour de l'eau avec les données ci-dessus.

QUESTION 2 (5 pts): à l'aide de schéma(s), vous expliquerez le principe de fonctionnement d'un manomètre métallique à tube de Bourdon.

2010-20.. Sujet B

Correction Contrôle des Connaissances
GME3 2010-2011
Sujet B
Question 1

1 On écrit l'équation de Bernoulli entre A et B

1 $$\frac{P_A}{\gamma} + z_A + \frac{u_A^2}{2g} = \frac{P_B}{\gamma} + z_B + \frac{u_B^2}{2g}$$

0,5 Soit : $u_B^2 - u_A^2 = \frac{2}{\rho_{liq}}(P_A - P_B) + 2g(z_A - z_B)$ (1)

1 D'après l'équation de la continuité ; $A_A u_A = A_B u_B = Q_v$

1 D'où $u_B = \frac{A_A}{A_B} u_A = \frac{\frac{\pi D_A^2}{4}}{\frac{\pi D_B^2}{4}} u_A = \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^2 u_A$

1 D'où $u_B^2 - u_A^2 = \left(\frac{D_A}{D_B}\right)^4 u_A^2 - u_A^2 = u_A^2\left[\left(\frac{D_A}{D_B}\right)^4 - 1\right]$

d'où (1) devient : $u_A = \sqrt{\left(\frac{1}{\left(\frac{D_A}{D_B}\right)^4 - 1}\right)\left[\frac{2}{\rho_{liq}}(P_A - P_B) + 2g(z_A - z_B)\right]}$

2

Détermination de $P_A - P_B$:

1 On écrit les lois de la statique entre :

0,5 • <u>A et C</u> : $P_A - P_C = \rho_{liq}\, g(z_C - z_A)$

0,5 • <u>C et D</u> : $P_C - P_D = \rho_{liq\,mano}\, g(z_D - z_C)$

0,5 • <u>D et B</u> : $P_D - P_B = \rho_{liq}\, g(z_B - z_D)$

Σ $P_A - P_B = g[\rho_{liq}(z_C - z_A + z_B - z_D) + \rho_{liq\,mano}(z_D - z_C$

$z_1 = z_2$ et $z_D = z_C = h$

2010-2011 Sujet B

d'où $P_2 - P_1 = g\left[h\rho_{liq} - h\rho_{Hg}\right]$

1 $\quad P_2 - P_1 = gh\left[\rho_{liq} - \rho_{Hg}\right]$

d'où, comme pour (1) nous avons besoin de $\dfrac{2g(P_2-P_1)}{\gamma}$:

$$\frac{2g(P_2-P_1)}{\gamma} = \frac{2\cancel{g}h\left[\rho_{liq}-\rho_{Hg}\right]}{\rho_{liq}\cancel{g}}$$

1 $$= 2gh\left[1 - \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{liq}}\right]$$

d'où (1) $\Leftrightarrow$ $$Q_v = C_d\sqrt{\frac{A_1^2 A_2^2}{A_2^2 - A_1^2}}\sqrt{2gh\left[1 - \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{liq}}\right]}$$

En divisant la 1ère racine par A_1^2 au numérateur et au numérateur

$$Q_v = C_d\sqrt{\frac{A_2^2}{\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 - 1}}\sqrt{2gh\left[1 - \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{liq}}\right]}$$

1 $\quad$ d'où $$Q_v = C_d\frac{A_2}{\sqrt{\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 - 1}}\sqrt{2gh\left[1 - \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{liq}}\right]}$$

$A_2 < A_1$ d'où $\frac{A_2}{A_1} < 1$ d'où 1ère racine négative donc on pd $\sqrt{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}$

1,5 $\quad \rho_{Hg} > \rho_{liq}$ donc $\left(1 - \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{liq}}\right) < 0$ d'où 2è racine négative donc on pd : $\sqrt{2gh\left(\frac{\rho_{Hg}}{\rho_{liq}} - 1\right)}$

D'où 1 $\quad$ $$Q_v = C_d\left[\frac{A_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}}\sqrt{2gh\left[\frac{\rho_{Hg}}{\rho_{liq}} - 1\right]}\right]$$

CQFD

2010-2011
Sujet B

b) Calcul de Qv :

$$Q_v = 1{,}15 \times \left[\frac{\dfrac{\pi \times (5.10^{-2})^2}{4}}{\sqrt{1 - \left[\dfrac{5.10^{-2}}{10.10^{-2}}\right]^2}} \times \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}1 \times \left(\frac{13540}{1000} - 1\right)} \right]$$

$$= 1{,}13 \times 10^{-2}\ m^3/s$$

$$= 11{,}3\ L/s$$